銳角三角的定義 2

(1) θ的正弦函數 $=\sin\theta=\dfrac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$

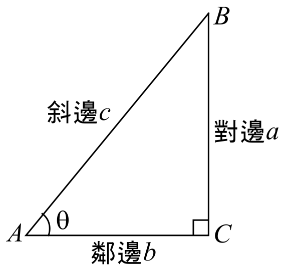
(2) θ的餘弦函數 $=\cos\theta=\dfrac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}}$

(3) θ的正切函數 $=\tan\theta=\dfrac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$

(4) θ的餘切函數 $=\cot\theta=\dfrac{\text{鄰邊}}{\text{對邊}}$

(5) θ的正割函數 $=\sec\theta=\dfrac{\text{斜邊}}{\text{鄰邊}}$

(6) θ的餘割函數 $=\csc\theta=\dfrac{\text{斜邊}}{\text{對邊}}$




特殊角三角函數

| | sin | cos | tan | cot | sec | csc |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $30^\circ$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | 2 |
| $45^\circ$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | 1 | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
| $60^\circ$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 2 | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ |

三角的基本關係

(1)倒數關係

$\dfrac{1}{\sin\theta}=\csc\theta$，$\dfrac{1}{\cos\theta}=\sec\theta$，$\dfrac{1}{\tan\theta}=\cot\theta$

$\dfrac{1}{\cot\theta}=\tan\theta$，$\dfrac{1}{\sec\theta}=\cos\theta$，$\dfrac{1}{\csc\theta}=\sin\theta$

(2)商數關係

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$\cot\theta=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(3)平方關係

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$，$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

(4)餘角關係

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$，$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$，$\tan(90^\circ-\theta)=\cot\theta$

$\cot(90^\circ-\theta)=\tan\theta$，$\sec(90^\circ-\theta)=\csc\theta$，$\csc(90^\circ-\theta)=\sec\theta$

廣義三角的正負

| θ 所在象限 | sinθ<br>cscθ | cosθ<br>secθ | tanθ<br>cotθ |
|---|---|---|---|
| 第一象限 | + | + | + |
| 第二象限 | + | — | — |
| 第三象限 | — | — | + |
| 第四象限 | — | + | — |

象限角的三角函數

| θ | sinθ | cosθ | tanθ | Cotθ | secθ | Cscθ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0° | 0 | 1 | 0 | 無意義 | 1 | 無意義 |
| 90° | 1 | 0 | 無意義 | 0 | 無意義 | 1 |
| 180° | 0 | -1 | 0 | 無意義 | -1 | 無意義 |
| 270° | -1 | 0 | 無意義 | 0 | 無意義 | -1 |

負角公式

（1）$\sin(-\theta)=-\sin\theta$　　（2）$\cos(-\theta)=+\cos\theta$

（3）$\tan(-\theta)=-\tan\theta$

Δ面積公式

$\Delta=\dfrac{1}{2}\times$底$\times$高$=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=r\cdot s=\dfrac{abc}{4R}=\dfrac{4}{3}$(三中線圍成的△)$=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\bar{a}|^2|\bar{b}|^2-(\bar{a}\cdot\bar{b})^2}$

正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

$a：b：c=\sin A：\sin B：\sin C$　（求比例）

餘弦定理

已知兩邊夾一角，求第三邊：　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

已知三邊，求角：　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

中線定理

在ΔABC 中，$\overline{AM}$ 為 $\overline{BC}$ 上的中線，則

$$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$$

和角公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\mp\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

二倍角公式

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$

$\tan2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

半角公式

$\sin\dfrac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}}$　　$\cos\dfrac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{2}}$

$\tan\dfrac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}=\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

【注意：取 + 或取 － 要視 $\dfrac{\theta}{2}$ 角所在象限而定】

平方化倍角

$\cos^2\theta=\dfrac{1+\cos2\theta}{2}$　$\sin^2\theta=\dfrac{1-\cos2\theta}{2}$　$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{\sin2\theta}{2}$

三倍角公式

$\cos3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$　　$\sin3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$

萬用公式

若 $t=\tan\theta$，則 $\sin2\theta=\dfrac{2t}{1+t^2}$　$\cos2\theta=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$　$\tan2\theta=\dfrac{2t}{1-t^2}$