

2-2 機率

1. 自裝有 3 紅球、4 白球、5 黃球之袋中，一次取出 3 球，則 3 球皆不同色的機率為_____。

解答 $\frac{3}{11}$

解析 3 球皆不同色的機率 = $\frac{C_1^3 \times C_1^4 \times C_1^5}{C_3^{12}} = \frac{3}{11}$

2. 擲 5 枚均勻硬幣，恰出現二正面三反面的機率為(1)_____，至少出現一正面的機率為(2)_____。

解答 (1) $\frac{5}{16}$; (2) $\frac{31}{32}$

解析 二正三反的機率 = $\frac{C_2^5 \times C_3^3}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

至少出現一正面 = 全部 - 沒有正面 = $32 - 1 = 31$

∴ 機率為 $\frac{31}{32}$

3. 桌球選手甲與比賽對手乙實力相當，今比賽 5 場，求甲在 5 場比賽中三勝二負的機率為_____。

解答 $\frac{5}{16}$

解析 $p = C_3^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$

4. 同時擲 8 枚均勻硬幣一次，求至少出現 6 個正面的機率為_____。

解答 $\frac{37}{256}$

解析 機率 = $\frac{C_6^8 + C_7^8 + C_8^8}{2^8} = \frac{37}{256}$

5. 甲、乙、丙、丁 4 人猜拳，各出剪刀、石頭、布三者之一，形成 2 人贏、2 人輸的機率為_____。

解答 $\frac{2}{9}$

解析 2 人贏 2 人輸情形有 3 種 $\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 刀刀石石} \\ (2) \text{ 刀刀布布} \\ (3) \text{ 石石布布} \end{array} \right.$

機率 = $\frac{C_2^4 \times 3}{3^4} = \frac{6 \times 3}{3^4} = \frac{2}{9}$

6. 在 3 男 4 女中選出 2 人，恰為 1 男 1 女當選的機率為_____。

解答 $\frac{4}{7}$

7. 甲、乙二個袋中均有 18 個球，球上各標示有 1、2、3、⋯、18，現從兩袋中隨機各取一球，則兩球號碼之差為 6 的機率為_____。

解答 $\frac{2}{27}$

解析 2 球號碼之差為 6 的機率 $\frac{12 \times 2}{18 \times 18} = \frac{2}{27}$

8. 甲、乙、丙…等七人排成一列，則甲、乙二人必相鄰的機率為_____。

解答 $\frac{2}{7}$

解析 $\frac{6! \times 2!}{7!} = \frac{2}{7}$



9. 由 1 到 20 的所有整數中，任取二數相加，其和為奇數的機率為_____。

解答 $\frac{10}{19}$

解析 任二整數相加後和為奇數，此二數必為一奇數一偶數

$$\text{故機率} = \frac{C_1^{10} \times C_1^{10}}{C_2^{20}} = \frac{10}{19}$$

10. 某球員的投籃命中率為 6 成，則此球員在三次投籃中，至少進一球的機率為_____。

解答 0.936

解析 $p = 1 - \text{三次都不進的機率} = 1 - (0.4)^3 = 0.936$

11. 高一、高二、高三學生人數分別占全校學生人數的 30%、40%、30%，又知有 $\frac{1}{3}$ 的高一學生體重過重，有 $\frac{3}{5}$ 的高

二學生體重過重，有 $\frac{1}{4}$ 的高三學生體重過重，今任選一學生，已知其體重過重，則其為高一學生的機率為

_____。

解答 $\frac{20}{83}$

解析 $\frac{\frac{30}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{30}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{3}{5} + \frac{30}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{20}{83}$

12. 設 大雄 解出題目的機率為 $\frac{1}{10}$ ，胖虎 解出題目的機率為 $\frac{2}{5}$ ，今二人同解一題，互不影響，試求恰有一人解出的機率為_____。

解答 $\frac{21}{50}$

解析 $\frac{1}{10} \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times \frac{2}{5} = \frac{21}{50}$

13. 投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 8 的條件下，其中至少一顆為奇數的機率為_____。

解答 $\frac{2}{5}$

解析 點數和為 8 的情形有： $\{(6, 2), (5, 3), (4, 4), (3, 5), (2, 6)\}$

$$\therefore \text{機率} = \frac{2}{5}$$

14. A, B 為同一樣本空間 S 的二事件，已知 $P(A) = \frac{3}{4}$ 、 $P(B) = \frac{1}{6}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{19}{24}$ ，則(1) $P(A' \cap B) =$ _____，

(2) $P(B'|A) =$ _____。

解答 (1) $\frac{1}{24}$; (2) $\frac{5}{6}$

解析 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{19}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$(1) P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{4-3}{24} = \frac{1}{24}$$

$$(2) P(B'|A) = \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{6}$$

15. 設 A, B 為樣本空間 S 的二事件，若 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{5}$ ， $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ，則 $P(A'|B') =$ _____。

解答 $\frac{5}{8}$

解析 $P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$$P(A' \cap B') = P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{8}$$

16. 已知 1 對夫妻的 3 個孩子中有 1 個是男孩，則其另 2 個孩子均為女孩的機率為_____。

解答 $\frac{3}{7}$

解析 設有 1 個男孩的事件為 A ，有 2 個女孩的事件為 B ，則

$A = \{(男, 男, 男), (男, 男, 女), (男, 女, 男), (男, 女, 女),$
 $(女, 男, 男), (女, 男, 女), (女, 女, 男)\}$

$A \cap B = \{(男, 女, 女), (女, 男, 女), (女, 女, 男)\}$

$\Rightarrow n(A) = 7, n(A \cap B) = 3$

$$\therefore \text{所求機率為 } P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{3}{7}$$

17. 設 A 、 B 為樣本空間 S 中的二獨立事件，若 $P(A \cup B) = \frac{17}{18}$ ， $P(A) = \frac{5}{6}$ ，則 $P(B) =$ _____。

解答 $\frac{2}{3}$

解析 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

$$\Rightarrow \frac{17}{18} = \frac{5}{6} + P(B) - \frac{5}{6} \times P(B) \Rightarrow \frac{1}{6} \times P(B) = \frac{1}{9} \quad \therefore P(B) = \frac{2}{3}$$

18. 設 A 、 B 為樣本空間 S 中的二獨立事件，若 $P(A \cup B) = \frac{17}{18}$ ， $P(A) = \frac{5}{6}$ ，則 $P(A'|B) =$ _____。

解答 $\frac{1}{6}$

解析 $\because A、B$ 為獨立事件 $\Rightarrow A'、B$ 亦為獨立事件

$$\therefore P(A'|B) = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

19. 投擲一顆公正骰子，則出現點數小於或等於 5 的機率為 _____。

解答 $\frac{5}{6}$

解析 樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$

出現點數小於或等於 5 的事件 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(A) = 5$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

20. 設 A 、 B 為 S 中的二事件，若 $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ， $P(A') = \frac{7}{12}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ，則 $P(B) =$ _____。

解答 $\frac{1}{3}$

解析 $\because P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

$$\text{又 } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{12} + P(B) - \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{3}$$

21. 投擲一枚均勻的硬幣三次，若已知第一次出現正面，則三次中恰出現二次正面的機率為 _____。

解答 $\frac{1}{2}$

解析 設 A 表示第一次出現正面的事件

$$A = \{(+++), (++-), (+-+), (+--)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$B \text{ 為擲三次中恰出現二次正面的事件 } B = \{(++-), (+-+), (-++)\}$$

$$A \cap B = \{(++-), (+-+)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

22. 同時投擲兩顆公正的骰子，出現點數和小於 10 之機率為_____。

$$\text{解答 } \frac{5}{6}$$

解析 設樣本空間為 S ，則 $n(S) = 36$

A 表出現點數和小於 10 之事件，則 A' 為點數和大於或等於 10 之事件，即

$$A' = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A') = 6$$

$$\text{故所求機率 } P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$$

23. 夫婦與小孩共 8 人圍圓桌而坐，則夫婦必相鄰而坐的機率為_____。

$$\text{解答 } \frac{2}{7}$$

解析 設 S 為 8 人圍圓桌任意坐之樣本空間 $\Rightarrow n(S) = \frac{8!}{8} = 7!$

$$A \text{ 為夫婦必相鄰而坐的事件 } \Rightarrow n(A) = \frac{7!}{7} \times 2! = 6! \times 2!$$

$$\therefore \text{夫婦必相鄰而坐的機率 } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6! \times 2!}{7!} = \frac{2}{7}$$

24. 設 A 、 B 二事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{5}$ ， $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ ，則 $P(A' \cap B') =$ _____。

$$\text{解答 } \frac{2}{5}$$

$$\text{解析 } \because P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

25. 某人拜訪有 2 個小孩的夫婦，已知該夫婦有一女孩，則另一個孩子是男孩的機率為_____。

$$\text{解答 } \frac{2}{3}$$

解析 設該夫婦有一女孩的事件為 A ，

$$\text{則 } A = \{(\text{女}, \text{男}), (\text{男}, \text{女}), (\text{女}, \text{女})\} \Rightarrow n(A) = 3$$

又該夫婦有男孩的事件為 B ，

$$\text{則 } A \cap B = \{(\text{女}, \text{男}), (\text{男}, \text{女})\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$\therefore \text{所求機率為 } P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{3}$$

26. 投擲兩顆公正骰子一次，在兩顆骰子點數和大於 9 的條件下，有一骰子點數為 4 的機率為_____。

解答 $\frac{1}{3}$

解析 \because 點數和大於 9 者有
 $(4,6), (5,5), (6,4), (5,6), (6,5), (6,6)$ ，共 6 個
 而有一個 4 點者有 2 個

$$\therefore \text{所求} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

27. 設 A, B 為樣本空間 S 中的兩事件，已知 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{2}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，則 $P(B|A) =$ _____。

解答 $\frac{5}{6}$

解析 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{12}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{6}$$

28. 一袋中有大小相同的黑球 3 個、紅球 2 個、黃球 2 個，今由袋中一次取三球，設每球被取到的機會均等，則所取 3 球中至少有 2 球同色的機率為_____。

解答 $\frac{23}{35}$

解析 $\because n(S) = C_3^7 = 35$
 令 A 表示所取 3 球中至少有 2 球同色的事件
 $\Rightarrow A'$ 表示所取 3 球均不同色的事件
 得 $n(A') = C_1^3 \times C_1^2 \times C_1^2 = 12$

$$\therefore P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{12}{35} = \frac{23}{35}$$

29. 袋中有大小相同的 8 個球，分別印有 1、2、3、...、8 的編號，今自袋中同時任取三球，設此三球中最大的數字為 x ，則 $x=5$ 的機率為_____。

解答 $\frac{3}{28}$

解析 \because 最大數 $x=5$

⇒ 應自編號 1~4 的球中再取 2 球

$$\therefore \text{所求} = \frac{C_2^4}{C_3^8} = \frac{3}{28}$$

30. 將 4 件相同的玩具，任意分給甲、乙、丙三人，每人可兼得，則丙至少得 1 件之機率為_____。

解答 $\frac{2}{3}$

解析 $n(S) = H_4^3 = C_4^{3+4-1} = C_2^6 = 15$

令事件 A 表丙至少得 1 件

$$\Rightarrow n(A) = H_{4-1}^3 = H_3^3 = C_3^{3+3-1} = C_2^5 = 10$$

$$\therefore \text{所求機率} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$