## 3-4 四分位距、標準差

1.一組樣本資料 10 個數值如下：6，11，10，9，11，7，5，8，10，13

試求：

(1)樣本變異數____________。

(2)樣本標準差____________。（取至小數點後第二位，四捨五入）

解答 (1)6.22;(2)2.49

解析 樣本平均數為 $\overline{X}=\frac{1}{10}(6+11+10+9+11+7+5+8+10+13)=9$

(1)樣本變異數

$$\begin{aligned}S^2&=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})^2\\&=\frac{1}{10-1}[(-3)^2+2^2+1^2+0^2+2^2+(-2)^2+(-4)^2+(-1)^2+1^2+4^2]\\&=\frac{1}{9}\times 56\fallingdotseq 6.22\end{aligned}$$

(2)樣本標準差 $S=\sqrt{6.22}\fallingdotseq 2.49$

2.班上 10 位同學模擬考數學成績如下：66，78，60，84，61，81，85，94，72，79（分），其四分位距為____________分。

解答 18

解析 將成績由小至大排列得：60，61，66，72，78，79，81，84，85，94

$Q_1=66$，$Q_3=84$

$\therefore$ 四分位距 $IQR=Q_3-Q_1=84-66=18$（分）

3.某高職合作社周一至周五的營業額（單位為千元）如下：2.2、2.1、2.4、3.1、2.5，試求其全距為____________千元。

解答 1

解析 全距 $=3.1-2.1=1$ 千元

4.若 5 個數 $x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，$x_5$的算術平均數是 6，母體標準差是 4，則 $\sum_{i=1}^{5}x_i^2={x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+{x_4}^2+{x_5}^2=$____________。

解答 260

解析 $\because\quad \sigma=\sqrt{\frac{1}{5}\times\sum_{i=1}^{5}x_i^2-\mu^2}$

$\therefore\quad 4^2=\frac{1}{5}\times\sum_{i=1}^{5}x_i^2-6^2 \quad\Rightarrow\quad \sum_{i=1}^{5}x_i^2=260$

5.設 $n$ 筆數值分別為 $x_1$、$x_2$、…、$x_n$，其算術平均數為 $\overline{X}$，定義 $x_i-\overline{X}$ 為 $x_i$ 的離均差，則 $\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{X}\right)=$____________。

解答 0

解析 $\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{X}\right)=\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\overline{X}=\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)-n\overline{X}=n\overline{X}-n\overline{X}=0$

6.某班平時考成績之全距為 60 分，算術平均數為 55 分，中位數為 50 分，四分位距 15 分，標準差 10 分。老師為了不要當太多人，所以將每個同學的成績乘以 0.7 後再加 25 分當成學期成績，則調整後之(1)全距為________分，(2)算術平均數為________分，(3)中位數為________分，(4)四分位距為________分，(5)標準差為________分。

解答 (1)42;(2)63.5;(3)60;(4)10.5;(5)7

7.若一筆資料先同時減 40 後再除以 10，得新資料的算術平均數為 3，標準差為 1.4。則原資料的(1)算術平均數為________，(2)標準差為________。

解答 (1)70;(2)14

解析 原資料算術平均數為：$3\times10+40=70$

標準差為：$1.4\times10=14$

8.已知一組數值資料 $x_1$，$x_2$，……，$x_n$的標準差 $S_x=3$，則數值資料 $x_1+3$，$x_2+3$，$x_3+3$，……，$x_n+3$ 的標準差為________。

解答 3

解析 標準差 $S_{x+3}=S_x=3$

9.已知一組數值資料 $x_1$，$x_2$，……，$x_n$的標準差 $S_x=3$，則數值資料 $3x_1$，$3x_2$，$3x_3$，……，$3x_n$的標準差為________。

解答 9

解析 標準差 $S_{3x}=3S_x=3\times3=9$

10.某班段考英文成績的算術平均數為 55 分，標準差為 1.5 分，若老師將每位同學的成績分別乘以 0.8 再加 26 分做調整，試求調整後成績的算術平均數為________分。

解答 70

解析 設原始成績為 $x_i$，則調整後為 $y_i=0.8x_i+26$

又已知 $\overline{X}=55$ ，$S_x=1.5$

則 $\overline{Y}=0.8\overline{X}+26=0.8\times55+26=70$

調整後成績的算術平均數為 70 分

11.某班段考英文成績的算術平均數為 55 分，標準差為 1.5 分，若老師將每位同學的成績分別乘以 0.8 再加 26 分做調整，試求調整後的樣本標準差為________分。

解答 1.2

解析 調整後的樣本標準差為 $S_y=0.8S_x=0.8\times1.5=1.2$ 分

12.佩芬六次國文小考成績如下（單位為分）：57、64、70、54、81、70，試求佩芬國文小考成績的母群體標準差為________分。

解答 9

解析 六次成績的算術平均數

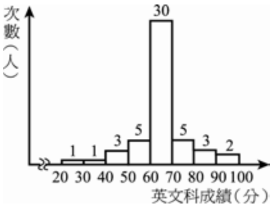
$$\mu=\frac{1}{6}(57+64+70+54+81+70)=66$$

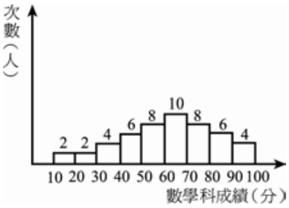
母群體標準差

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{6}\left[(57-66)^2+(64-66)^2+(70-66)^2+(54-66)^2+(81-66)^2+(70-66)^2\right]}$$

$=9$（分）

13.已知某班學生之英文與數學兩科成績的次數分配直方圖如下，則此兩科標準差較小者為＿＿＿＿＿＿科。




解答　英文

解析　∵　英文科的成績集中在平均成績左右

∴　其標準差較小

14.一組資料 $x_1$、$x_2$、…、$x_n$ 的算術平均數為 10.5，標準差為 1.2，將此組資料依 $y_i=-4x_i+2$（$i=1$、2、…、$n$），轉換成另一組資料數值 $y_1$、$y_2$、…、$y_n$，試求(1)轉換後資料數值的算術平均數為＿＿＿＿＿＿，(2)標準差為＿＿＿＿＿＿。

解答　(1) $-40$ ;(2)4.8

解析　由算術平均數的線性公式知

$$\overline{Y}=-4\overline{X}+2=(-4)\times10.5+2=-40$$

由樣本標準差的線性公式知

$$S_y=|-4|S_x=4\times1.2=4.8$$

15.設一群數值 $x_1$、$x_2$、…、$x_n$，其算術平均數為 $\overline{x}$，則定義 $x_i-\overline{x}$ 為 $x_i$ 的離均差，試求這 $n$ 個數值的離均差總和為＿＿＿＿＿＿。

解答　0

解析　$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})=\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\overline{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i-n\overline{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i-n\times\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=0$