

警專第 38 期數學甲試題

一、單一選擇題：

1. 空間中一點 $P(2, -3, 4)$ 到下列何者最遠？

- (A) x 軸 (B) y 軸 (C) 平面 $x+2y+z=1$ (D) 點 $(4, 2, 3)$

Ans : (D)

2. 下列何者不是 $f(x)=(3x-1)^2(x+1)^3$ 的因式？

- (A) $3x-1$ (B) $2x+2$ (C) $(3x-1)^2$ (D) $2x-1$

Ans : (B)

3. x^2+k 與 x^2-4x-k 有一次公因式，則 k 值為何？

- (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

Ans : (A)

4. $|x+5|+|x-3|$ 的最小值為何？

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Ans : (D)

5. 已知 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 且 θ 為第二象限角，則 $\sin 2\theta$ 為何？

- (A) $\frac{24}{25}$ (B) $-\frac{24}{25}$ (C) $-\frac{8}{5}$ (D) $\frac{8}{5}$

Ans : (B)

6. 若 $\log_3 x + \log_3 x^3 = 12$ ，則 x 的值為何？

- (A) 81 (B) 27 (C) -27 (D) -81

Ans : (B)

7. 函數 $f(x) = 32^{(3x+2)^2 + \frac{2}{5}}$ ，則 $f(x)$ 的最小值為何？

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Ans : (B)

8. 設 a 、 b 為正實數且 $2a+b=8$ ，則 ab 的最大值為何？

- (A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4

Ans : (C)

9. 若 35^{100} 為 155 位數，則 35^{18} 為幾位數？

- (A) 28 (B) 27 (C) 26 (D) 25

Ans : (A)

10. 7 男 6 女排一列而坐且男女相間，則坐法共有幾種？

- (A) $7!6!2!$ (B) $7!6!$ (C) $7!2!$ (D) $6!6!2!$

Ans : (B)

11. 將 7 個相同的球放入 4 個不同的箱子，共有幾種方法？

- (A) 420 (B) 120 (C) 70 (D) 35

Ans : (B)

12. 袋中有 3 白球、4 黑球、5 紅球，從中一次取兩球，則此兩球同色的機率為？

- (A) $\frac{19}{66}$ (B) $\frac{17}{66}$ (C) $\frac{17}{55}$ (D) $\frac{19}{55}$

Ans : (A)

13. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ 、 $\angle B = 30^\circ$ 、 $\overline{AC} = 4$ ，則外接圓半徑為何？

- (A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

Ans : (A)

14. 已知 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，則 \vec{a} 、 \vec{b} 夾角為何？

- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 135°

Ans : (B)

15. 若 $\vec{a} = (2, t)$ 、 $\vec{b} = (-3, 6)$ 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 t 值為何？

- (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) 0

Ans : (B)

16. 若 $\vec{a} = (-1, 1)$ 、 $\vec{b} = (7, -1)$ ，則下列何者為 \vec{a} 、 \vec{b} 的角平分向量？

- (A) $(6, 0)$ (B) $(0, -1)$ (C) $(-3, 3)$ (D) $(1, 2)$

Ans : (D)

17. 設直線 $3x + 4y = 10$ 為圓 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 的切線，則此圓半徑 r 為何？

- (A) 15 (B) 5 (C) 3 (D) 1

Ans : (D)

18. 試求空間中通過 $(1, 2, 3)$ 、 $(2, 0, -2)$ 、 $(4, 2, 0)$ 三點的平面方程式。

- (A) $x + y + z = 1$ (B) $x - 2y + z = 0$ (C) $4x - y + 2z = 2$ (D) $2x + y - z = 1$

Ans : (B)

19. 下列何者為平面 $x - y + z = 1$ 與平面 $x + 2y - 3z = 2$ 的交線之方向向量？

- (A) $(-1, -4, -3)$ (B) $(1, -4, 3)$ (C) $(1, -4, -3)$ (D) $(1, 4, -3)$

Ans : (A)

20. $y = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta - 3$ 的最大值為何？

- (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) -6

Ans : (A)

21. 空間中三點 $(0, 0, 0)$ 、 $(2, -2, 1)$ 、 $(1, 1, 2)$ 所圍成的三角形面積為何？

- (A) $\sqrt{17}$ (B) $\sqrt{34}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{2}$

Ans : (D)

22. 設 $L: 3x - 4y = 0$ ，將 L 對直線 $x - y = 0$ 鏡射得 L' ，則 L' 的方程式為何？

- (A) $3x + 4y = 0$ (B) $4x + 3y = 0$ (C) $4x - 3y = 0$ (D) $4x - y = 0$

Ans : (C)

23. 已知 $z = 1 + i$ ，則 \bar{z} 的主幅角為何？

- (A) 45° (B) 135° (C) 225° (D) 315°

Ans : (D)

24. 設 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x - 3$ 且 $g(x) = f(f(x))$ ，則 $g(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為何？

- (A) 15 (B) 12 (C) 9 (D) 6

Ans : (C)

25. 已知 $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^2$ ，則下列何者為 $f'(0)$ 的值？

- (A) 12 (B) -12 (C) 4 (D) -4

Ans : (B)

26. 連續投擲一公正骰子 5 次，以隨機變數 X 表示出現點數 1 的次數，求 X 的期望值？

- (A) $\frac{25}{36}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$

Ans : (B)

27. 已知 $f(x) = \int_0^x (4t^2 - t - 2)dt$ ，下列何者為 $f'(1)$ 的值？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1

Ans : (B)

28. 在 $y = x^2 - 3x + 2$ 圖形上以 $P(2, 0)$ 為切點的切線方程式為何？

- (A) $x + y = 2$ (B) $x + 2y = 2$ (C) $2x - y = 4$ (D) $x - y = 2$

Ans : (D)

29. $f(x) = (x-4)^3$ 在 $[2, 6]$ 與 x 軸所圍成的區域面積為何？

- (A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) 8

Ans : (D)

30. 下列何者為多項式 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ 反曲點的 x 坐標？

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

Ans : (A)

二、多重選擇題：

31. 已知 A 、 B 為兩轉移矩陣，則下列哪些矩陣也是轉移矩陣？

(A) AB (B) $A+B$ (C) B^2 (D) A^2+B^2 (E) B^2A^3

Ans : (A)(C)(E)

32. 已知方程式 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 9 = 0$ 的圖形為一圓，下列哪些是 k 可能的值？

(A) 5 (B) 2 (C) -2 (D) -5 (E) -8

Ans : (A)(D)(E)

33. 下面哪些向量關係式可保證 A 、 B 、 C 三點共線？

(A) $\overline{AB} + 3\overline{BC} = \vec{0}$ (B) $5\overline{OB} = 3\overline{OA} + 2\overline{OC}$ (C) $4\overline{OA} = 3\overline{OB} - \overline{OC}$

(D) $\overline{OB} = 3\overline{OA} - 2\overline{OC}$ (E) $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \vec{0}$

Ans : (A)(B)(D)

34. 設 P 為圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 上一點，則 P 到直線 $2x + y + 5 = 0$ 的距離可以是下列何者？

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Ans : (A)(B)(C)

35. 下列何者可能為 $x^3 = 8$ 的解？

(A) $-1 - \sqrt{3}i$ (B) $1 + \sqrt{3}i$ (C) $-1 + \sqrt{3}i$ (D) $1 - \sqrt{3}i$ (E) 2

Ans : (A)(C)(E)

36. 下列哪些函數的週期是 2π ？

(A) $y = -\cos x$ (B) $y = 3\sin x$ (C) $y = \tan 2x$ (D) $y = 5\sec x$ (E) $y = \cos 2x$

Ans : (A)(B)(D)

37. 已知無窮等比級數 $1 + (x+3) + (x+3)^2 + \dots$ 收斂， x 的值可能為下列何者？

(A) $-\frac{5}{2}$ (B) $-\pi$ (C) 0 (D) -2 (E) -1

Ans : (A)(B)

38. 下列哪些無窮數列收斂且極限為 0？

(A) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ (B) $a_n = (-1)^n$ (C) $a_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$ (D) $a_n = \frac{n^2 - 2n + 1}{2n^2 - 4}$

(E) $a_n = \frac{n-1}{2n^2 - 1}$

Ans : (A)(E)

39. 三角形 ABC 在經過下列哪個矩陣線性變換後期面積不變？

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix}$

Ans : (B)(D)(E)

40. 下列哪些函數的極限不存在？

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$ (C) $\lim_{x \rightarrow 1} [x]$ (D) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x+1}{2x-1}$ (E) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} x[x]$

Ans : (A)(C)(D)